

基于感应区域像素的无线传感器 最小覆盖集近似算法

洪 刚^{1,2}, 汤宝平², 裴 勇²

(1 长江师范学院 数学与计算机学院, 重庆 408001; 2 重庆大学 机械工程学院, 重庆 408030)

摘 要: 提出了基于感应区域像素的最小覆盖集问题求解算法. 算法通过将节点感应区域离散化为一系列像素点, 用感应区域像素点的点阵来近似逼近节点感应区域, 通过判定感应区域内所有像素点的被其他节点覆盖的情况即可确定节点是否冗余. 理论分析了算法的可行性以及性能, 讨论了影响算法精度的因素, 并通过实验对算法的性能进行了评估, 验证了理论的正确性. 通过与 CVT 算法对比实验数据表明, 算法可以得到和 CVT 算法相当的最小覆盖集, 而其时间复杂度要优于现有的 CVT 算法.

关键词: 无线传感器网络; 最小覆盖集; 冗余; 像素点

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)12-0120-04

Approximation Algorithm of Minimum Cover Set in WSN Based on Pixels of Sensing Region

HONG Gang^{1,2}, TANG Bao-ping², PEI Yong²

(1 College of Mathematics & Computer Science, Yangtze Normal University, Chongqing 408001, China;

2 College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 408030, China)

Abstract: This paper presents an approximation algorithm of minimum cover set based on pixels of sensing region. The node sensing area is discredited into a series of pixels, and a node is redundancy if all of its pixels are covered by other nodes. So we can get the maximum redundancy node set, and also its complement — the minimal cover set. The feasibility and performance of the algorithm is discussed, correctness of the algorithm was evaluated by experiment. Compared experimental data show that its minimum cover set is equivalent to the CVT algorithm, and its time complexity is superior to the CVT algorithm.

Key words: wireless sensor networks; minimum cover set; redundancy; pixels

1 引言

由于无线传感器网络中节点数目众多, 会使网络覆盖出现一定程度的冗余. 在保证网络性能的前提下, 获得监控区域上的最小覆盖集, 让最少的节点工作, 让其余节点处于低功耗的休眠状态, 可以有效地降低网络的整体能量消耗, 达到延长网络生命周期的目的^[1-2]. 而判别无线传感网络中的覆盖冗余节点, 也即是获得监控区域上的最小覆盖集, 是节点

调度的核心问题之一. DiTian^[3]提出一种基于网络覆盖的节点调度算法. 文献[4]提出了一种基于探测的分布式节点密度控制算法. 文献[5]提出的基于Voronoi 区域面积的节点调度算法. 文献[6]提出的基于目标区域 Voronoi 划分的集中式近似算法 (Centralized Voronoi Tessellation, CVT), 通过 Voronoi 划分得到冗余节点依赖图, 用最大独立集近似算法求出可以同时关闭的冗余节点.

本文提出了一种集中式的算法来求解最小覆盖

收稿日期: 2012-04-02; 修回日期: 2012-05-04

基金项目: 重庆市科委自然科学基金计划(CQCSTC2011jjj00006); 重庆市科技攻关计划(CQCSTC2011AAC3063)

集问题.通过求得近似最大冗余节点集,进而获得最大冗余节点集的补集—最小覆盖集.

2 问题描述

本文所研究的覆盖与连通是基于区域局部定位算法并设有如下基本假设:

(1)无线传感器网络布置在二维平面上的目标区域 R ,是一个边长为 A 的矩形区域.

(2)传感器节点能通过某种定位算法获取自身节点的具体位置信息.

(3)传感器节点 s_i 的感应(覆盖)区域是以 s_i 为圆心、以感应距离 r 为半径的圆形区域.

(4)设节点 s_i 的通信距离为 R_c ,且 $2r \leq R_c$.

对任意两节点 s_i 与 s_j ,若 $d(s_i, s_j) \leq 2r$,即两个节点的感应区域有交集,则称 s_i 与 s_j 互为邻居节点.整个无线传感器网络的节点集合为 $S, S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$,则 S 的覆盖区域为 S 中所有节点 s_i 覆盖范围的并.

定义 1 给定区域 R 和节点集 S ,若区域 R 中的任一个点都被 S 内的一个节点覆盖,则称节点集 S 是区域 R 的覆盖集(cover set).

定义 2 给定区域 R 和节点集 S ,若区域 R 被 S 的子集 S' 覆盖,且 S' 的任意真子集不能覆盖区域 R ,则称节点集合 S' 为极小覆盖集(minimal cover set).若 S' 含节点数最少,则称 S' 为最小覆盖集(minimum cover set).

3 感应区域像素的冗余节点判定算法

3.1 感应区域离散化

计算机在处理图形图像前,需要将其离散化,采用的是像素点来记录图像信息.当像素点足够多时,可以用由像素点阵构成的图像近似原图像.本文采用类似的方式将节点的感应区域离散化,用离散的感应区域像素点来近似逼近感应区域.

传感器节点 s_i 的感应区域是以 s_i 为圆心、以感应距离 r 为半径的圆形区域.将半径为 r 的圆形感应区域用等距离的 K (一般 K 取奇数)条行线和 K 条列线分割.

定义 3 感应区域离散化过程中行线和列线交点及其与圆周的交点称为感应区域像素点,简称像素点.

通过对感应区域的离散化,将感应区域用像素点来近似.当 K 值大到能满足计算精度时,就可以用圆内行线与列线交点以及行列线与感应区域边界

的交点来近似感应区域.而在判断节点与其它节点的关系时,只需要考虑单个像素点与其它节点的覆盖关系,降低了算法的复杂度.图 1 显示了 13 行 13 列的离散化的节点感应区域.

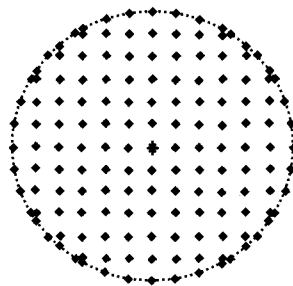


图 1 离散化的节点感应区域

理论上说, K 值越大,行线或列线间距越小,则像素点间距越小,在区域内生成的像素点越多,像素点集与感应区域越接近,误差越小.当 K 趋于无穷大时像素点集就是节点感应区域.

3.2 节点覆盖状态判断

定义 4 若节点 s_i 的感应区域内的所有像素点都被其他邻居节点覆盖,则称节点 s_i 为冗余节点.

设节点 s_i 的像素点集 $s_i = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, s_i 的邻居节点集 $N_i = \{s_m, s_n, \dots, s_x, \dots, s_t\}$,令 C_s 为 s_i 被 N_i 覆盖区域,且设区域 C_s 中的像素点集为 $s'_i, s'_i \subseteq s_i$.

定理 1 当 K 值足够大时,若 $\forall p_k, p_k \in s'_i, \exists s_x, s_x \in N_i$,使 $d(p_k, s_x) \leq r$,则区域 C_s 被邻居节点集 N_i 覆盖.

引理 1 当 K 值足够大时,若 $\forall p_k, p_k \in s'_i, \exists s_x, s_x \in N_i$,使 $d(p_k, s_x) \leq r$,则节点 s_i 被邻居节点集 N_i 覆盖,节点 s_i 是冗余节点.

证明:

邻居节点 s_x 的感应区域是以点 s_x 圆心, r 为半径的圆.若 $d(p_k, s_x) \leq r$,则点 p_k 被节点 s_x 覆盖.当 K 值足够大时,即像素点距离足够小的时候,节点 s_i 被其邻居节点所覆盖区域 C_s 可以用点集 s'_i 近似.由此可知, s'_i 内的所有点都被 N_i 覆盖,因此,由 s'_i 近似的区域 C_s 被 N_i 覆盖.定理 1 得证.

若 $s'_i = s_i$,则节点 s_i 内所有的像素点被邻居节点覆盖,也即是节点 s_i 的感应区域被邻居节点覆盖,节点 s_i 冗余,引理 1 得证.

证毕

引理 1 说明,当节点的所有像素点被邻居节点覆盖时,则可判定节点是冗余节点;若节点的任一个像素点不被邻居节点覆盖,则节点是工作节点.引理 1 是判断冗余节点的定理,本文的后续冗余节点判

断都基于引理 1 而得, 而 K 值可以通过后续实验设定.

在采用像素对感应区域近似的过程中, 由于像素点的不连续, 会产生误判. 如图 2(a), 显示了像素数为 7×7 的节点感应区域的邻居节点覆盖情况. 尽管节点的所有像素点都被邻居节点覆盖, 根据算法会被判为冗余节点, 但实际由图可见, 节点存在部分未被覆盖的感应区域. 因此而产生误判, 导致覆盖空洞. 以下讨论产生上述情况时的最大的覆盖空洞率.

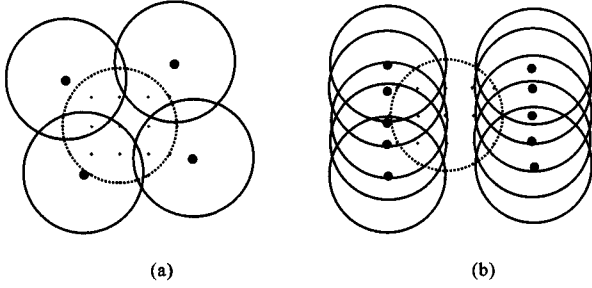


图 2 覆盖空洞

当如图 2(b)所示情况时, 可能产生最大的覆盖空洞. 此时各像素点正好处于邻居节点感应区域边缘, 且邻居节点在像素点所在的行线(列线)或延长线上.

单个节点产生的最大覆盖空洞面积:

$$S_{\max} = \frac{\arcsin \frac{2}{K-1}}{2\pi} * \pi r^2 + \frac{1}{2} * \frac{2r^2}{K-1} \sqrt{1 - \frac{4}{(K-1)^2}} \\ + 2(K-1) \left[\frac{r^2}{K-1} - \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{1}{K-1} - \frac{r^2}{2(K-1)} \sqrt{1 - \frac{1}{(K-1)^2}} \right] \\ = \frac{r^2 \arcsin \frac{2}{K-1}}{2} + \frac{r^2}{K-1} \sqrt{1 - \frac{4}{(K-1)^2}} + 2r^2 - \\ (K-1)r^2 \arcsin \frac{1}{K-1} - r^2 \sqrt{1 - \frac{1}{(K-1)^2}}$$

单个节点的最大空洞覆盖率:

$$\lambda = \frac{S_{\max}}{S} = \left(\frac{r^2 \arcsin \frac{2}{K-1}}{2} + \frac{r^2}{K-1} \sqrt{1 - \frac{4}{(K-1)^2}} \right. \\ \left. + 2r^2 - (K-1)r^2 \arcsin \frac{1}{K-1} - r^2 \sqrt{1 - \frac{1}{(K-1)^2}} \right) * \frac{1}{\pi r^2} \\ = \frac{\arcsin \frac{2}{K-1}}{2\pi} + \frac{1}{\pi(K-1)} \sqrt{1 - \frac{4}{(K-1)^2}} \\ + \frac{1}{\pi} \left[2 - (K-1) \arcsin \frac{1}{K-1} - \sqrt{1 - \frac{1}{(K-1)^2}} \right]$$

其中 $s = \pi r^2$, 为节点感应区域面积. 由上式可见, 覆盖空洞率只与 K 有关, 而与节点感应半径无关.

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \lambda = 0 + 0 + \frac{1}{\pi} (2 - 1 - 1) = 0$$

当 K 趋于无穷大时, 覆盖空洞率为 0, 可实现全覆盖, 满足定理 1 及引理 1 的假设.

3.3 算法描述

节点集的覆盖区域是此节点集中所有节点覆盖区域的并, 覆盖此区域的最小节点数就是最小覆盖集, 是覆盖区域 R 的最小节点集. 当关闭或休眠任意一个节点都会导致覆盖漏洞, 而增加全集中的任意节点也不会使覆盖区域加大. 最小覆盖集的补集是最大冗余节点集, 由所有冗余节点构成. 本文用引理 1 来判定节点是否是冗余节点, 当求出所有的冗余节点后, 即求出最大冗余节点集后, 就可求出其补集——最小覆盖集. 如果初始节点集能够覆盖目标区域, 而算法中关闭的是冗余节点, 不影响网络覆盖, 因此算法能够得到目标区域上的最小覆盖集.

算法采用集中式算法, 通过下面步骤判断节点是否为冗余节点.

(1) 活动节点标记 $A_i = 0$, 即节点被设为活动节点.

(2) 节点感应区域离散化.

(3) 每个像素点 p_k 判断与非冗余邻居节点间(活动标记 $A_i = 0$)的位置关系. 若 p_k 被任一邻居节点 s_x 覆盖(即 $d(p_k, s_x) \leq r$), 则此像素点的被覆盖标记 $C_k = 1$, 否则 $C_k = 0$.

(4) 统计节点所有像素点的 C_k 标记, 若所有 C_k 均为 1, 则节点的活动标记 $A_i = 1$, 即节点被标记为冗余节点.

(5) 对下一个节点重复步骤(2), 直到最后一个节点.

4 仿真实验

为了评估本算法的性能, 在 matlab-r2009a 平台下设计了仿真程序, 实现了本文提出的感应区域像素的冗余节点判定算法, 同时对比了文献[6]中提出的 CVT 算法. 为了减少偶然性误差对实验结果的影响, 每一个实验结果都取 100 次仿真实验的平均值. 为了验证感应区域像素的冗余节点判定算法在不同实验场景下的性能, 本文设定目标区域为 100×100 单位的矩形区域, 通过改变初始节点总数、节点的感应距离来分析算法的特征.

为验证算法的性能, 将本算法与文献[6]中的 CVT 算法进行对比分析.

(1) 时间复杂度对比

CVT 算法采用集中式算法, 需要全局信息, 其最坏时间复杂度不超过 $O(mn^2 \log n)$, 平均时间复杂度不超过 $O(mn^2)$. 其中 m 为邻居节点数, n 为节点总数.

而在本算法中,节点感应区域的 $K \times K$ 个像素点需要和其 m 个邻居节点比较距离来评定其冗余情况,时间复杂度为 $o(mK^2)$. 总共需要判断全部的 n 个节点的冗余情况,所以时间复杂度为 $o(mK^2n)$. K 值是一个与状态判断精度有关的常量,由前面实验知,当 $K=13$ 时就能达到比较高的精度. 而在传感器网络中的传感器数量 n 一般都比 K^2 大,因此本算法的时间复杂度优于 CVT 算法.

(2)生成的覆盖集对比

实验对比在相同条件下两种算法所生成的覆盖集大小.

首先观察节点总数对覆盖集大小的影响,目标区域为 100×100 的矩形区域,节点随机分布在目标区域内. 节点总数在 $100 \sim 500$ 之间变化,每次增加50个节点,观察两种算法生成的覆盖集的大小.

由图3可见,当 n 从100到200间的变化较大,相差约4,之后变化比较平缓. 这是因为 $n=100$ 时目标区域的原始覆盖率大约为95%, $n=150$ 时约为98.5%,随着原始覆盖率的增加,需要更多的活动节点. 以后节点总数再增加时,覆盖率增加不明显,所以活动节点基本不变化,最小覆盖集保持在66到67之间. 在各种节点总数条件下两种算法所生成的最小覆盖集基本相等,说明算法精度一致.

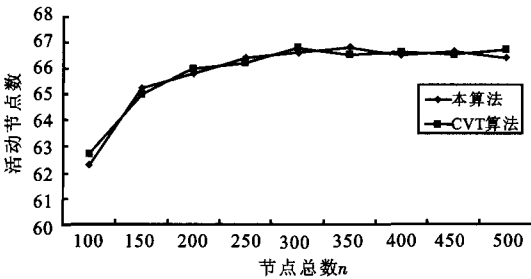


图3 不同节点总数时的活动节点数

再观察感应半径对覆盖集大小的影响,此时设节点总数为300,节点感应半径在 $7 \sim 12$ 间变化,每次增加0.5单位. 由图4可见,两种算法得到的覆盖集的大小都近似地与节点的感应距离的平方成反比. 这是因为节点的覆盖区域正比于节点的感应距离的平方,目标区域面积与覆盖集中节点的平均独立覆盖区域面积之比决定了覆盖集的大小,在目标区域面积保持不变的情况下,需要更多的节点来对其加以覆盖. 两种算法得到的覆盖集的大小基本一致,同样说明两种算法的效果一致.

5 结束语

本文提出了一种基于感应区域像素的最小覆盖

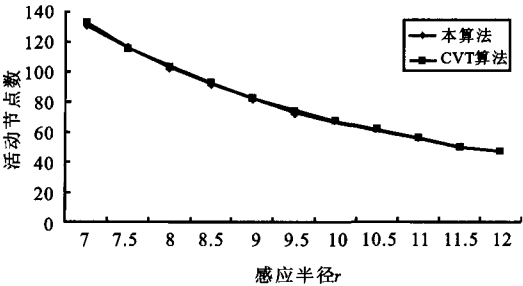


图4 不同感应半径时的活动节点数

集近似算法,具有方法简单易行的特点. 在构造覆盖集的过程中,没有将最小覆盖集问题转化为其他NP难问题,而是将其转换为点与圆的位置关系问题,使问题得到简化,而其效果和当前 CVT 算法相当,其时间复杂度更优.

参考文献:

[1] 任彦,张思东,张宏科. 无线传感器网络中覆盖控制理论与算法[J]. 软件学报, 2006, 17(3): 422-433.

[2] 袁炼勇,武俊,曾晓玲,等. WSN 中基于能量均衡的优化覆盖算法[J]. 计算机工程, 2008, 34(15): 100-101.

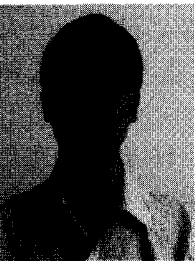
[3] W Heinzelman, A Chandrakasan, H Balakrishnan. An application specific protocol architecture for wireless microsensor networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2002, 1(4): 660-670.

[4] Ye F, Zhong G, Lu S, et al. Peas: A robust energy conserving protocol for long-lived sensor networks [J]. IEEE Press, 2003: 28-37.

[5] Vieira MAM, Vieira LFM, et al. Scheduling nodes in wireless sensor networks: A Voronoi approach [J]. IEEE Computer Society, 2003: 423-429.

[6] Jiang J, Fang L, Zhang HY, et al. An algorithm for minimal connected cover set problem in wireless sensor networks [J]. Journal of Software, 2006, 17 (2): 175-184.

作者简介:



洪刚男, (1976—), 讲师, 硕士. 研究方向为计算机应用、传感器网络.

汤宝平男, (1971—), 教授, 博士生导师. 研究方向为无线传感器网络、信号分析与处理.

裴勇男, (1988—), 研究生. 研究方向为无线传感器网络.